**DST Mathématiques**

**Durée : 2 heures**

*Présentation et orthographe seront pris en compte dans le barème de notation.*

*Les calculatrices graphiques sont autorisées pour ce sujet.*

***EXERCICE 1 :*** *(12 points)*

On s’intéresse à une maladie dégénérative de l’œil qui occasionne des troubles de la vision. Afin de freiner son évolution, deux traitements sont possibles. Dans cet exercice, on étudie, pour ces deux traitements, l’évolution de la quantité des principes actifs présents dans le sang en fonction du temps.

***Partie A : Etude du premier traitement***

Le premier traitement consiste à faire absorber par voie orale un médicament qui libère peu à peu le principe actif qui passe dans le sang. Il est efficace lorsque la quantité de principe actif est supérieure à 5 mg. On admet qu’à l’instant  = 0 la quantité de ce principe actif dans le sang est de 1 mg.

1. *Résolution d’une équation différentielle*

L’évolution en fonction du temps (exprimé en heures) de la quantité de principe actif présente dans le sang après absorption (exprimée en mg) est modélisée par une fonction vérifiant l’équation différentielle :

( E ) :

Où est une fonction de la variable , définie et dérivable sur [ 0 ; + ∞ [ et la dérivée de la fonction .

1. Déterminer les solutions sur [ 0 ; + ∞ [ de l’équation ( H ) : 
2. Soit la fonction définie sur [ 0 ; + ∞ [ par . Vérifier que la fonction est une solution de ( E )
3. En déduire l’ensemble des solutions de l’équation différentielle ( E )
4. Déterminer la solution de ( E ) correspondant au problème posé.
5. *Etude d’une fonction*

Soit la fonction définie pour tout  de l’intervalle [ 0 ; + ∞ [ par .

1. On admet que la limite de en + ∞ est 0. Interpréter graphiquement cette limite
2. Déterminer, dérivée de la fonction puis étudier son signe.
3. Dresser le tableau de variation de  sur [ 0 ; + ∞ [.
4. Applications :

* Au bout de combien de temps la quantité de principe actif sera-t-elle maximale ?
* On donne :



Déterminer la quantité moyenne de principe actif présente dans le sang entre 0 et 24 h. Arrondir au dixième.

***Partie B : Etude statistique du second traitement***

Le second traitement consiste à injecter par intraveineuse un médicament qui permet une meilleure vascularisation des vaisseaux sanguins de la rétine.

A l’instant  = 0, on injecte une dose de 1.8 mg de médicament, appelée dose de charge. On suppose que ce procédé diffuse instantanément dans le sang le principe actif qui est ensuite progressivement éliminé par les reins.

Après avoir injecté la dose de charge on décide d’administrer ce médicament à l’aide d’une pompe de manière continue afin de réduire le plus possible les oscillations de la quantité de principe actif dans le sang.

L’étude consiste à déterminer l’état stationnaire (qui est atteint lorsque la différence entre la quantité limite, estimée à 36 mg, et la quantité présente dans le sang est inférieure à 1 mg) pour ce médicament.

On effectue sept mesures pendant 24 h et on obtient les relevés suivants, où  désigne la quantité en mg de principe actif dans le sang à l’instant .

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 |
|  | 1.8 | 9.5 | 15.5 | 20.2 | 23.7 | 26.8 | 28.7 |

Un ajustement affine n’étant pas judicieux, on décide de procéder à un changement de variable.

On pose 

1. Recopier et compléter le tableau suivant au centième

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 |
|  | 3.53 |  |  |  |  |  |  |

1. Déterminer une équation de la droite de régression de en . Arrondir les coefficients au centième.
2. En déduire une expression de la quantité en fonction de .
3. Un médecin affirme que l’état stationnaire est atteint en moins de trois jours. Quel argument peut-il fournir pour justifier cette affirmation ?

***EXERCICE 2 :*** *(4 points)*

Une étude épidémiologique concernant une certaine maladie a été réalisée dans des familles ayant deux enfants de moins de 10 ans, une fille et un garçon.

On a constaté que 20 % des filles et 50 % des garçons sont touchés par la maladie. Par ailleurs, dans les familles où la fille est touchée par la maladie, le garçon l’est aussi dans 70 % des cas.

On choisit au hasard une des familles ayant fait l’objet de cette étude.

On notera F l’événement « la fille est atteinte par la maladie » et G l’événement « le garçon est atteint par la maladie ».

***Calculer la probabilité des événements suivants*** :

1. A : « les deux enfants sont atteints par la maladie »
2. B : « au moins l’un des deux enfants est atteint »
3. C : « aucun des deux enfants n’est atteint »
4. D : « sachant que le garçon est atteint, la fille l’est aussi »
5. E : « sachant que le garçon n’est pas atteint, la fille l’est ».

***EXERCICE 3 :*** *(4 points)*

Une entreprise fabrique en grande série des pièces pour la lunetterie. Une pièce peut présenter deux défauts : un de longueur et un d’épaisseur. On prélève une pièce au hasard dans la production d’une journée. On note :

L l’évènement : « la pièce présente le défaut de longueur »

E l’évènement : « la pièce présente le défaut d’épaisseur »

On admet que :

• la probabilité que la pièce prélevée présente le défaut de longueur est P ( L ) = 0.04 ;

• la probabilité que la pièce prélevée présente le défaut d’épaisseur est P ( E ) = 0.07 ;

• la probabilité que la pièce prélevée présente ces deux défauts est 0.02.

*Pour chaque question, une seule réponse est correcte. Une réponse juste apporte 1 point, une réponse fausse enlève 0.5 point. L'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Une note négative est ramenée à zéro.*

1. La probabilité que la pièce prélevée possède au moins un défaut est :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 0.11 | 0.98 | 0.09 |

1. La probabilité que la pièce prélevée possède un seul défaut est :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 0.09 | 0.07 | 0.03 |

c)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Les évènements L et E sont indépendants | Les évènements L et E sont incompatibles | Les évènements L et E ne sont ni incompatibles ni indépendants |

1. On prélève maintenant une pièce au hasard parmi toutes celles présentant le défaut de longueur. La probabilité que cette pièce présente également le défaut d’épaisseur est :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 0.07 | 0.5 |  |